



৪৫ তম বিসিএস লিখিত পরীক্ষার প্রশ্ন

হুমায়রা সিদ্দিকা হুমাশা-Humaira Siddika Humasha

ড. আবু বকর সিদ্দিক-Dr. Abu Bakkar Siddiq



ড. সিদ্দিক পাবলিকেশন্স লেখক, গবেষক, শিক্ষক এবং শিক্ষার্থীদের জন্য-জ্ঞান ভান্ডার

বিষয়- গণিত

বিষয় কোড-৫৫১

সময়-৪ ঘন্টা

[ডান দিকের সংখ্যা সংশ্লিষ্ট প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক]

পূর্ণমান-২০০

প্রথম অংশ

ক বিভাগ

মান $১০ \times ৫ = ৫০$

১। (ক) যদি a, b, c অসমান এবং ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হয়, প্রমাণ করুন যে, ৫
 $(a + b)(b + c)(c + a) > 8abc$ এবং দেখান যে, $xyz > (y + z - x)(z + x - y)(x + y - z)$.

(খ) DeMoivre's উপপাদ্যের সাহায্যে সমাধান করুন : $x^4 + x^2 + 1 = 0$. ৫

২। (ক) $17x^2 + 18xy - 7y^2 - 16x - 32y - 18 = 0$, এর রূপান্তরিত সমীকরণ নির্ণয় করুন, যেখানে x, y ৫
এবং xy অনুপস্থিত এবং দুই জায়গাতেই অক্ষদ্বয় আয়তাকার।

(খ) কোন শর্তে ২য় ডিগ্রির সাধারণ সমীকরণ, $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$, একজোড়া সরলরেখা সৃষ্টি করে। ৫

৩। (ক) $3x^2 - 8xy - 3y^2 + 10x - 13y + 8 = 0$, দ্বারা প্রকাশিত কণিক (conic) এর প্রকৃতি পরীক্ষা ৫
করুন।

(খ) Plane এর সমীকরণ বের করুন, যা $(2, 2, 1); (9, 3, 6)$ বিন্দুগামী এবং $2x + 6y + 6z = 9$ ৫
plane এর উপর লম্ব।

৪। দেখান যে, নিম্নের সমীকরণসমূহের অসংখ্য সমাধান আছে এবং সেটা বের করুন। ১০

$$\begin{aligned}w - x + 3y - 3z &= 3 \\-5w + 2x - 5y + 4z &= -5 \\-3w - 4x + 7y - 2z &= 7 \\2w + 3x + y - 11z &= 1\end{aligned}$$

৫। (ক) দেখান যে, ম্যাট্রিক্স, $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ এর ইনভার্স আছে এবং সেটা বের করুন। ৬

(খ) ম্যাট্রিক্স $B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ কে দুটি ম্যাট্রিক্সের যোগফল আকারে প্রকাশ করুন যার একটি হবে ৪
সিমেট্রিক এবং অপরটি হবে স্কিউ সিমেট্রিক।

খ বিভাগ

মান $১০ \times ৫ = ৫০$

৬। (ক) নিম্নে বর্ণিত সেটের supremum এবং infimum নির্ণয় করুন, $A = \left\{ \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}$ একই সঙ্গে ৫
Sequence $\left\langle \frac{1}{n} \right\rangle$ যেখানে $n \in \mathbb{N}$, convergence কিনা পরীক্ষা করুন।

(খ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ সিরিজটির convergence পরীক্ষা করুন। ৪

৭। (ক) দেখান যে, $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x \sin x} \right) = -\frac{1}{6}$. ৪

(খ) Mean value উপপাদ্যের জ্যামিতিক বর্ণনা দিন এবং $f(x) = 3 + 2x - x^2$ এর $(0, 1)$ বক্রনীতে গড়মান উপপাদ্য (mean value theorem) যাচাই করুন। ৬

৮। (ক) $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$, দ্বারা বর্ণিত বৃত্তের জন্য স্পর্শক (tangent) এবং অভিলম্ব (normal) এর সমীকরণ বের করুন। ৫

(খ) সেই শর্তে $y = f(x)$ ফাংশনটি, increasing, decreasing, convex, concave এবং point of inflection হবে $x = a$ বিন্দুতে শর্তগুলো লিখুন। ৫

৯। রোলস (Rolle's) তত্ত্বটি বিবৃত করুন ও প্রমাণ করুন। ১০

১০। যদি $[a, b]$ এর মধ্যে $f(x)$ রিমন ইন্টিগ্রেল হয় এবং যদি $[a, b]$ এর মধ্যে একটি অন্তর্করণযোগ্য ফাংশন $F(x)$ থাকে যেখানে $F'(x) = f(x)$ হয়, তবে দেখান যে, $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$. ১০

দ্বিতীয় অংশ

ক বিভাগ

মান $১০ \times ৫ = ৫০$

১১। দমিয়মান (damping) বল কী? m ভর বিশিষ্ট একটি কণা কোনো সরলরেখায় mm^2 (দূরত্ব) বলের অধীনে একটি নির্দিষ্ট বিন্দু অভিমুখে চলমান এবং $m\mu$ (বেগ) এর সমান একটি ক্ষুদ্র বাধার দ্বারা এর গতি বাধাপ্রাপ্ত হয়। দোলনকাল, বিস্তার এবং দমিত দোলন গতি নির্ণয় করুন। ১০

১২। ডি'এলেমবার্টের নীতি বর্ণনা করুন। একটি সুস্থম দণ্ড OA যার ভর m এবং দৈর্ঘ্য $2a$, ইহার প্রান্ত O এর শ্রেণিতে এবং OZ খাড়া রেখার চারদিকে w সমকৌণিক বেগ এবং ধ্রুবক কোণে ঘুরছে; α এর মান নির্ণয় করুন। $২+৮=১০$

১৩। একটি কণার উপর কেন্দ্রীয় বল $\frac{Q}{r^2}$ জিন্মাশীর, যেখানে Q শুধুমাত্র θ এর ফাংশন। প্রমাণ করুন যে, যদি $Q = \mu (\cos 2\theta)^{-\frac{3}{2}}$ হয়, তবে সম্ভাব্য গতিপথটি একটি কণিক হবে যা দুটি সরলরেখাকে স্পর্শ করে। ১০

১৪। হলোনোমিক বাধা বলের ক্ষেত্রে এবং রক্ষণশীল পদ্ধতিতে ল্যাগ্রাঞ্জিয়ান (Lagrangian) সমীকরণ নির্ণয় করুন। ১০

১৫। অপ্রকৃত কার্ভের নীতিটি লিখুন। প্রতিটি দৈর্ঘ্য b , এবং ওজন w এমন চারটি সুস্থম দণ্ডকে মুক্তভাবে জোড় দিয়ে সৃষ্ট রকমের ক্ষুদ্রাকার কণটির একটি a তারের দৈর্ঘ্য দ্বারা গঠিত। যদি দণ্ডের একটি অনুভূমিক রাখা হয়, তবে প্রমাণ করুন যে, তারের টান হবে $\frac{2w(2b^2 - a^2)}{b\sqrt{4b^2 - a^2}}$. $২+৮=১০$

খ বিভাগ

মান $১০ \times ৫ = ৫০$

১৬। Differential সমীকরণের order এবং degree বলতে কী বুঝা যায় বর্ণনা করুন। নিম্নলিখিত linear $১+৩+৩=১০$ differential equation with constant co-efficient সমীকরণগুলো সমাধান করুন :

(i) $\frac{d^3y}{dx^3} - 3\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} - 2y = e^x + \cos x$.

(ii) $(D^3 + 2D^2 + D)y = e^{2x} + x^2 + x$.

(iii) $\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = 3x^2 e^{2x} \sin 2x$.

১৭। (ক) বিটা ও গামা ফাংশনগুলো বর্ণনা করুন। দেখান যে, $\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{\pi}$.

২+৩=৫

(খ) দেখান যে, $\beta(m, n) = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2m-1} \theta \cdot \cos^{2n-1} \theta \cdot d\theta$.

৫

১৮। (ক) দেখান যে, Bessel's ফাংশনের Generating ফাংশনটি নিম্নরূপ :

৫

$$e^{\frac{x}{2}\left(t - \frac{1}{t}\right)} = \int_{-\infty}^{\infty} t^n J_n(x).$$

(খ) Legendre polynomial, $P_0(x)$; $P_1(x)$ এবং $P_3(x)$ এর মান বের করুন।

৫

১৯। $w = f(z)$ ফাংশনটির রিজিয়ন R এর মধ্যে এনালিটিক হওয়ার পর্যাপ্ত শর্তগুলো বর্ণনা করুন এবং প্রমাণ করুন।

১০

২০। রেসিডিও ব্যবহার করে ইন্টিগ্র্যাল $\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{x^6 + 1}$ এর মান বের করুন।

১০