



১৮ তম শিক্ষক নিবন্ধন পরীক্ষার প্রশ্ন ২০২৪

বিষয়- প্রভাষক গণিত

সময়-৩ঘণ্টা

[ডান দিকের সংখ্যা সংশ্লিষ্ট প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক]

পূর্ণমান-১০০

১. (ক) ক) যদি $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ হয়, তবে দেখান যে, ৫
 $|z_1 - z_2| \geq |z_1| - |z_2|$
 (খ) $x^2 - 2x^2 - 3 = 0$ সমীকরণকে ত্রিকোণমিতিক উপপদের সবচেয়ে সর্বোচ্চ
 সঙ্খ্যক
২. (ক) $\ln^{-1} \frac{1}{3} - \ln^{-1} \frac{2}{9} + \ln^{-1} \frac{4}{27} + \ln^{-1} \frac{8}{125} + \dots$ ধারটির n তম পদ ৫
 নির্ণয় করুন।
 (খ) নিম্নের বস্তুত্ব সংকলনের জোড়ের (Range) নির্ণয় করুন:

$$f(x) = \begin{cases} 1-x & \text{যদি } -1 \leq x < 1 \\ 0 & \text{যদি } 1 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 4 & \text{যদি } x > 2 \end{cases}$$
৩. (ক) $x^2 + px + q = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β যদি এমন একটি সমীকরণ গঠন ৫
 করেন যার মূলদ্বয় হলো $\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha}$
 (খ) দুইটি পদটিতে নিম্নের সমীকরণ জোড়ের সমাধান করুন: ৫

$$\begin{aligned} x + y + z &= 6 \\ x - y + z &= 2 \\ 2x - y - z &= 1 \end{aligned}$$
৪. (ক) মনে করুন, $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ একটি যোগাত্মক রূপান্তর, যা নিম্নরূপে সংজ্ঞায়িত। ৫
 তবে $\text{Ker } T$ এবং $\text{Im } T$ নির্ণয় করুন।
 $T(x, y, z) = (x + 2y - z, y + z, x + y - 2z)$
 (খ) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্সের আইগেন মান (eigen values) নির্ণয় করুন। ৫
৫. (ক) ক) $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ এবং $lx + my = 1$ একটি সমকোণী ত্রিভুজ গঠন ৫
 করে, তবে দেখান যে, $(a+b)(al^2 + 2hlm + bmr^2) = 0$
 (খ) $8x^2 + 4xy + 5y^2 - 16x - 14y + 13 = 0$ সমীকরণটিকে প্রমাণ আকারে ৫
 প্রকাশ করে কবিকটি শনাক্ত করুন।
৬. (ক) দেখান যে, একটি ঘনকের দুটি কর্ণের অন্তর্গত কোণ $\cos^{-1} \left(\frac{1}{3} \right)$ । ৫
 (খ) প্রমাণ করুন যে, $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c}) \vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b}) \vec{c}$ । ৫
৭. (ক) $f(x) = |x| + |x-1|$ ফাংশনটির $x=1$ বিন্দুতে অধিচ্ছিন্নতা ও অতরীকরণযোগ্যতা ৫
 আলোচনা করুন।
 (খ) $f(x) = 3x^5 - 25x^3 + 60x$ ফাংশনটি কোন ব্যবধিতে বৃদ্ধিমান এবং কোন ৫
 ব্যবধিতে হ্রাসমান তা নির্ণয় করুন।
৮. (ক) যদি $y = \sin(m \sin^{-1} x)$ হয়, তবে দেখান যে, ৫
 $(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} + (m^2 - n^2)y_n = 0$
 (খ) সমাধান করুন: $(D^2 - 4D + 4)y = x^2$ ৫
৯. (ক) নিম্নলিখিত ধারাটির যোগফল নির্ণয়ের জন্য একটি Fortran প্রোগ্রাম লিখুন ৫
 $5 - 10 + 15 + \dots + 200$
 (খ) নিম্নের লিনিয়ার প্রোগ্রাম সমস্যাকে আদর্শ আকারে রূপান্তর করুন: ৫
 সর্বনিম্নকরণ: $z = -3x_1 - 2x_2$
 সর্তসমূহ: $x_1 + x_2 \geq 1$
 $x_1 + x_2 \leq 7$
 $x_1 + 2x_2 \geq 3$
 $x_2 \leq 3$
 $x_1, x_2 \geq 0$
১০. দ্বিভুক্ত (Bisection) পদ্ধতি ব্যবহার করে $x^3 - x - 1 = 0$ সমীকরণের একটি বাস্তব ১০
 মূল নির্ণয় করুন, যা দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত সঠিক।